10.2 Intérêts composés

Intérêts composés: Les intérêts composés sont calculés en appliquant le taux d'intérêts à la somme du capital et de tous les intérêts accumulés. Les intérêts gagnés précédemment sont placés de nouveau pendant la durée du placement

Considère ces 2 options:

1. Ewan investi $1 000 000 dans un CPG à un intérêt simple de 3.6% annuellement pendant 5 ans → $I = 36\,000\$$; $t = 0.036$
2. Rena investi $1 000 000 dans un CPG à un intérêt composé de 3.6% annuellement pendant 5 ans

Calcul la valeur de chaque investissement à la fin de chaque année pendant 5 ans

fin de l'année

simple	année 1	année 2	année 3	année 4	année 5
totale →	1036800	1072800	1108800	1144800	1180000

composé	année 1	année 2	année 3	année 4	année 5
intérêt →	36000	37296	38638.66	40029.65	41470.72
totale →	1036800	1073296	1111934.66	1151964.31	1193435.04

comparé

nouveau capital

* Rena gagne $13 435.04 plus d'argent avec intérêt composé

n = # de périodes composés

valeur capitalisé

Intérêt simple

$I = Ctd$

Linéaire

Graph

taux d'intérêt par période

Intérêt composé

$M = C(1 + t)^n$

Exponentielle

Graph

Capital

$C = \$1000$

0 | 3% | 6% (3%) | 3% | 1 an (12%, 6%, 3%)

annuellement $I = 120\$$

Semi-annuelle $I = 123.60\$$

trimestriellement $I = 125.51\$$

mensuellement :

$M = C(1+t)^n$ — 12

$1000\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{12} = 1126.83 \Rightarrow I = 126.83\$$

Ex// Yvonne a gagné 4 300$ en travaillant comme charpentière. Elle a placé cet argent dans une obligation d'épargne du Canada de 10 ans qui génère 3,8% d'intérêts composés annuellement.

Détermine la valeur capitalisée du placement d'Yvonne après 10 ans.

$C = 4300\$$
$t = 0.038$
$n = 10$

$M = C(1+t)^n$
$= 4300(1+0.038)^{10}$
$M = 6243.70\$$

Ex// Mathieu a placé 23 000$ reçus en héritage dans un compte à un taux d'intérêt de 13,6% composé semestriellement. Le taux d'intérêt est établi pour 10 ans.
Avec cet argent, Mathieu pourra verser un acompte pour l'achat d'une maison dans 5 à 10 ans.

a) Quelle sera la valeur capitalisée du placement après 5 ans? Quelle sera sa valeur capitalisée après 10 ans?

$C = 23000$
$t = \frac{0.136}{2} = 0.068$
$n = 5 \times 2 = 10$ (5 ans)
$M = 23000(1.068)^{10}$
$M = 44485.86\$$

$C = 23000$
$t = 0.068$ (10 ans)
$n = 10 \times 2$ — 20 périodes
$M = 23000(1.068)^{20}$
$M = 85733.96\$$

b) Compare le capital à la valeur capitalisée après 5 ans et après 10 ans.

presque le double... avec zéro effort.

Si le placement avait généré des intérêts simples, la relation entre le capital et la valeur capitalisée aurait-elle été la même?

pas du tout... il aurait gagner le même montant d'intérêt pendant les 1er 5 ans que les 2ème 5 ans

Ex. Céline veut placer 3 000$ de manière à pouvoir s'acheter une nouvelle automobile d'ici 5 ans. Voici ses options de placement.

A. un taux d'intérêt de 4,8% composé annuellement → $n = 1 \times 5 = 5$
B. un taux d'intérêt de 4.8% composé semestriellement → $n = 2 \times 5 = 10$
C. un taux d'intérêt de 4.8% composé mensuellement → $n = 12 \times 5 = 60$
D. un taux d'intérêt de 4.8% composé hebdomadairement → $n = 52 \times 5 = 260$
E. un taux d'intérêt de 4.8% composé quotidiennement → $n = 365 \times 5 = 1825$

Compare les intérêts générés par chacune de ces options pour des durées de 5 ans.

A. $M = 3000(1 + 0.048)^5$
$= 3792.52\$$

B. $M = 3000\left(1 + \frac{0.048}{2}\right)^{10}$
$= 3802.95\$$

C. $M = 3000\left(1 + \frac{0.048}{12}\right)^{60}$
$= 3811.92\$$

D. $M = 3000\left(1 + \frac{0.048}{52}\right)^{260}$
$= 3813.33\$$

E. $M = 3000\left(1 + \frac{0.048}{365}\right)^{1825}$
$= 3813.69\$$

Règle de 72: Formule simple d'estimation du temps nécessaire pour doubler la valeur d'un placement. Il s'agit de diviser 72 par le pourcentage du taux d'intérêt annuel afin d'estimer le nombre d'années nécessaire pour doubler la valeur du placement. La règle de 72 est plus précise quand les intérêts sont composés annuellement mais est toujours une bonne approximation.

Ex. Bérénice etu Krista ont acheté chacune 5 000$ d'obligations d'épargne du Canada. L'OEC de Bérénice génère 8% d'intérêts composés annuellement, tandis que celle de Krista génère 9% d'intérêts composés annuellement.

a) Estime le temps nécessaire pour doubler la valeur de chaque OEC.

Bérénice : $\frac{72}{8} = 9$ ans pour doubler

Krista : $\frac{72}{9} = 8$ ans pour doubler

Vérifie tes estimations en déterminant le temps nécessaire pour doubler la valeur de chaque OEC.

$\frac{10000}{5000} = \frac{5000(1 + 0.08)^n}{5000}$

$2 = 1.08^n$

$2 = 1.09^n$
vérifie $n = 8$
$2 = 1.9926$
très proche

Pratique: pg. 30 #4, 5, 7, 8, 11, 13

vérifie $n = 9$
$2 = 1.999$