5.2b Opérations avec radicaux

* Rationaliser un dénominateur signifie enlever les radicaux (la partie irrationnelle) du dénominateur.

Cas 1: Le dénominateur est de la forme $a\sqrt{b}$. Seule la partie $\sqrt{b}$ doit se faire enlevée.

ex. a) $\frac{5}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$

$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{9}}$ 3

$= \frac{5\sqrt{3}}{6}$

b) $\frac{4\sqrt{11}}{3\sqrt[3]{6}} \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{6}}\right)^2$

$= \frac{4\sqrt{11}\cdot(\sqrt[3]{6})^2}{3\sqrt[3]{6}\cdot(\sqrt[3]{6})^2}$

$= \frac{4\sqrt{11}\sqrt[3]{36}}{3(\sqrt[3]{6})^3}$ 6 $= \frac{\cancel{4}^{2}\sqrt{11}\sqrt[3]{36}}{\cancel{18}_{9}} = \frac{2\sqrt{11}\sqrt[3]{36}}{9}$

$2^3 = 8$

$2\cdot2\cdot2 = 8$

$\sqrt[3]{8} = 2\cdot2\cdot2$

$\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2} = 2$

Cas 2: Le dénominateur est un binôme avec un ou deux radicaux.

ex. $\frac{3}{5 - \sqrt{2}}$

<u>Définition</u>: deux facteurs binomials sont considérés des conjugés si leur produit est une différence de carrés... (a + b) et (a - b) le sont.

rappel: (a + b)(a - b) = $a^2 + \cancel{0ab} - b^2 = a^2 - b^2$

* Pour simplifier les expressions de cas 2, il faut multiplier le numérateur ET le dénominateur par le conjugé du dénominateur.

ex. $\frac{3}{5 - \sqrt{2}} \cdot \frac{5+\sqrt{2}}{5+\sqrt{2}} = 1$

$= \frac{3(5) + 3\sqrt{2}}{5^2 + \cancel{5\sqrt{2}} - \cancel{5\sqrt{2}} - 2} = \frac{15 + 3\sqrt{2}}{25 - 2} = \frac{15 + 3\sqrt{2}}{23}$

ex. a) $\frac{5\sqrt{3}}{4-\sqrt{6}} \cdot \frac{4+\sqrt{6}}{4+\sqrt{6}}$

$= \frac{20\sqrt{3} + 5\sqrt{18}}{16 + \cancel{4\sqrt{6}} - \cancel{4\sqrt{6}} - 6}$

$= \frac{20\sqrt{3} + \overset{\times 3}{5}\sqrt{9 \cdot 2}}{10}$

$= \frac{\overset{4}{\cancel{20}}\sqrt{3} + \overset{3}{\cancel{15}}\sqrt{2}}{\cancel{10}\,2}$

$= \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{13}}{\sqrt{3} - \sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{13}}{\sqrt{3} + \sqrt{13}}$

$= \frac{3 + \sqrt{39} + \sqrt{39} + 13}{3 - 13}$

$= \frac{\overset{-8}{\cancel{16}} + \overset{-1}{\cancel{2}}\sqrt{39}}{-\cancel{10}\,5}$

$= \frac{-8 - \sqrt{39}}{5}$

pratique: pg. 289 #8-14, 16-20, 22-25