6.4 Les équations rationnelles

* Quand on résous une équation rationnelle, il est toujours plus facile si toutes les expressions on le même dénominateur

ex. $\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{10}{6x + 12} = \frac{1}{x - 2}$

* restrictions

$\boxed{x \neq \pm 2}$

$$\frac{2}{(x+2)(x-2)} + \frac{10}{6(x+2)} = \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{2 \cdot 6}{6(x+2)(x-2)} + \frac{10(x-2)}{6(x+2)(x-2)} = \frac{1 \cdot 6(x+2)}{6(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{12}{6(x+2)(x-2)} + \frac{10x-20}{6(x+2)(x-2)} = \frac{6x+12}{6(x-2)(x+2)}$$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm 2\}$

* domaine

Si je multiplie CD et CG par le dénominateur commun, le D.C. s'annul

$$12 + 10x - 20 = 6x + 12$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4} \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$\left[\frac{x}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}\right] \times 3$$

$$x + 2 = -5$$

Ton tour pg. 343

$$\frac{9}{y-3} - \frac{4}{y-6} = \frac{18}{y^2 - 9y + 18}$$

$$\left[\frac{9(y-6)}{\cancel{(y-3)(y-6)}} - \frac{4(y-3)}{\cancel{(y-6)(y-3)}} = \frac{18}{\cancel{(y-3)(y-6)}}\right] \cancel{(y-3)(y-6)}$$

$$9y - 54 - 4y + 12 = 18$$

$$5y = 18 - 12 + 54$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{60}{5} \Rightarrow \boxed{y = 12}$$

ex. $\frac{4x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{x^2-4x+24}{x^2-4}$ → pas factorisable

* restrictions

$\frac{(4x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-4x+24}{(x+2)(x-2)}$ $\Rightarrow \boxed{x \neq \pm 2}$

$(4x^2-8x-x+2)-(x^2+2x+x+2) = x^2-4x+24$

$3x^2-12x = x^2-4x+24$

$\frac{2x^2-8x-24}{2} = \frac{0}{2}$

$x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0$

$\boxed{x=6}$ $\cancel{\boxed{x=-2}}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm 2\}$

* domaine

Ton tour pg. 344

$\frac{3x(x-3)}{(x+2)(x-3)} - \frac{5(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{-25}{(x-3)(x+2)}$ $\boxed{x \neq -2, 3}$

$3x^2-9x-5x-10=-25$

$3x^2-14x+15=0$

$(3x-5)(x-3)=0$

$-14x$

$3x-5=0$ $\cancel{\boxed{x=3}}$

$3x=5$

$\boxed{x=5/3}$ ✓

Pratique: pg. 348 #(2, 3)ac, 5, 8, 12-14, 17, 20, 21, 26

Voir exemple #4 pg. 346

$d_{totale} = 140$ mi

$\xrightarrow{70 \text{ mi}}$ v, t_1

Pas — Flin-Flon

$\boxed{t_{totale} = 8.5 \text{ hrs}}$

$\xleftarrow{}$ $v-6$ t_2

$t_1 + t_2 = t_{totale}$ mais $v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v}$

$$\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} = 8.5 \text{ hrs}$$

$$\frac{70}{v} + \frac{70}{v-6} = 8.5 \Rightarrow v \neq 0, 6$$

$$\frac{70(v-6)}{\cancel{v(v-6)}} + \frac{70v}{\cancel{(v-6)v}} = \frac{8.5v(v-6)}{\cancel{v(v-6)}}$$

$$70v - 420 + 70v = 8.5v^2 - 51v$$

$$0 = \underbrace{8.5}_{a}v^2 - \underbrace{191}_{b}v + \underbrace{420}_{c}$$

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \frac{-(-191) \pm \sqrt{(-191)^2 - 4(8.5)(420)}}{2(8.5)}$$

$$= \frac{191 \pm \sqrt{36481 - 14280}}{17}$$

$$= \frac{191 \pm 149}{17}$$

$$v = \frac{340}{17} \qquad v = \frac{42}{17} \doteq \boxed{2.47 \text{ mi/h}}$$

$$\boxed{v = 20 \text{ mi/h}}$$

avec une vitesse de 2.47 mi/h $v-6$ est négatif

$\therefore v \neq 2.47$ mi/h

$\therefore \boxed{v = 20 \text{ mi/h}}$

À ton tour p.347

$d = 160\text{ km}$

$v_1 = v_1$

$v_2 = v_1 - 16$

$t_1 = t_1$

$t_2 = t_1 + 0.5$

$$v_{moy.} = \frac{d_{totale}}{t_{totale}}$$

$$v = \boxed{\frac{160}{t}} \quad \text{original}$$

$$v - 16 = \frac{160}{t + 0.5}$$

$$\frac{160}{t} - 16 = \frac{160}{t + 0.5} \qquad \boxed{t \neq 0, -0.5}$$

$$\frac{160}{t}\frac{(t+0.5)}{\cancel{(t+0.5)}} - \frac{16t(t+0.5)}{t\cancel{(t+0.5)}} = \frac{160t}{\cancel{(t+0.5)}t}$$

$$\cancel{160t} + 80 - 16t^2 - 8t = \cancel{160t}$$

$$(0 = 16t^2 + 8t - 80) \div 8$$

$$0 = 2t^2 + t - 10$$

$$0 = (2t + 5)(t - 2)$$

$$\cancel{\boxed{t = -\frac{5}{2}}} \qquad \boxed{t = 2} \Rightarrow v = \frac{d}{t} = \frac{160}{2} = 80 \text{ km/h}$$

avec son changement en vitesse, sa nouvelle $v_{moy.} = 80 - 16$

$$= \boxed{64 \text{ km/h}}$$